

№1.

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}(\text{C}^{\circ})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

№2.

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 15$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}(\text{C}^{\circ})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

№3.

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,4 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

№4.

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,8 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

№5.

Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1 + 12t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров?

№6.

Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 13t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 метров?

№7.

Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке

$$P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$$

сила давления, выраженная в ньютонах, равна $m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведерка в м/с, L — длина веревки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 122,5 см? Ответ выразите в м/с.

№8.

Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке

$$P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$$

сила давления, выраженная в ньютонах, равна $m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведерка в м/с, L — длина веревки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

№9.

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0kt} + \frac{g}{2}k^2t^2, \text{ где } t \text{ — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,}$$

$H_0 = 5$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{1000}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

№10.

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0kt} + \frac{g}{2}k^2t^2, \text{ где } t \text{ — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,}$$

$H_0 = 20$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{600}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

№11.

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета

камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{60}$ м⁻¹, $b = \frac{7}{6}$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

№12.

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета

камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100}$ м⁻¹, $b = \frac{4}{5}$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 6 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

№13.

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость

температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах,

$T_0 = 1400$ К, $a = -25/3$ К/мин², $b = 125$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1850 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

№14.

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость

температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах,

$T_0 = 1200$ К, $a = -15$ К/мин², $b = 240$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1620 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

№15.

Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле

$$A(\omega) = \frac{A_0\omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}, \text{ где } \omega \text{ — частота вынуждающей силы (в } c^{-1}\text{), } A_0 \text{ — постоянный параметр,}$$

$\omega_p = 360c^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 80%. Ответ выразите в c^{-1} .

№16.

Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле

$$A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}, \text{ где } \omega \text{ — частота вынуждающей силы (в } c^{-1}\text{), } A_0 \text{ — постоянный параметр,}$$

$\omega_p = 275 c^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 202,5%. Ответ выразите в c^{-1} .

№17.

Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле

$$A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}, \text{ где } \omega \text{ — частота вынуждающей силы (в } c^{-1}\text{), } A_0 \text{ — постоянный параметр,}$$

$\omega_p = 360c^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на одну пятнадцатую. Ответ выразите в c^{-1} .

№18.

Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле

$$A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}, \text{ где } \omega \text{ — частота вынуждающей силы (в } c^{-1}\text{), } A_0 \text{ — постоянный параметр,}$$

$\omega_p = 360c^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на одну треть. Ответ выразите в c^{-1} .

№19.

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = const$, где p (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение в 16 раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 2 раза?

№20.

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = const$, где p (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a увеличение вдвое объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 8 раз?

№21.

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 64 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах

№22.

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 8 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах

№23.

Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_n = 15^\circ\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 1,4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_b = 75^\circ\text{C}$ до температуры T , причём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}, \text{ где } c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \text{ — теплоёмкость воды, } \gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}} \text{ — коэффициент}$$

теплообмена, а $\alpha = 1,8$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 168 м.

№24.

Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_n = 20^\circ\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_b = 100^\circ\text{C}$ до температуры T , причём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}, \text{ где } c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \text{ — теплоёмкость воды, } \gamma = 42 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}} \text{ — коэффициент}$$

теплообмена, а $\alpha = 0,7$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 84 м.

№25.

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в

джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 7 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

№26.

Груз массой 0,2 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,6$ м/с. Кинетическая энергия E (в

джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 10 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях