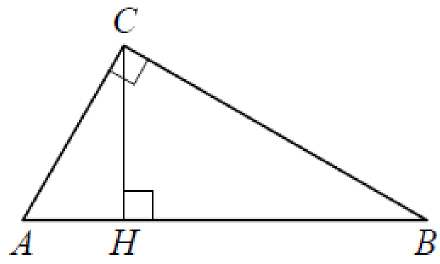
Вариант №8

№1.

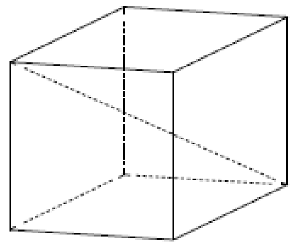
В треугольнике ABC угол C равен $90°$, CH — высота, $AH = 6{,}75$, $\cos A = \frac{3}{4}$. Найдите AB.



№2.

№3.

Объём куба равен $375\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.



№4.

В сборнике билетов по физике всего 40 билетов, в 14 из них встречается вопрос по теме «Скорость». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Скорость».

№5.

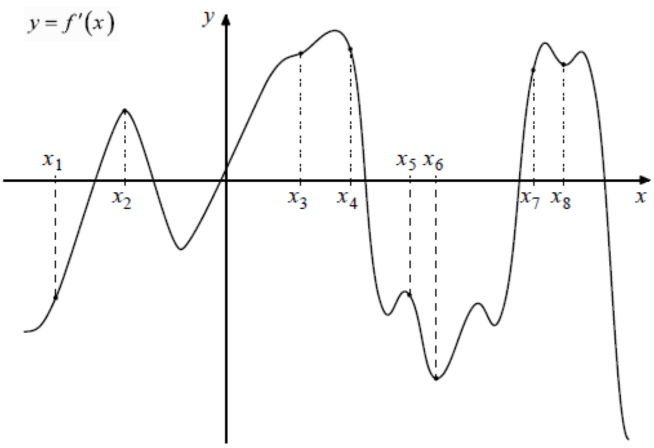
Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 5 и 6 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 5 и 6 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

№6. Найдите корень уравнения $\sqrt{34-3x} = x-2$.

№7. Найдите $-20\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0{,}8$.

№8.

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



№9.

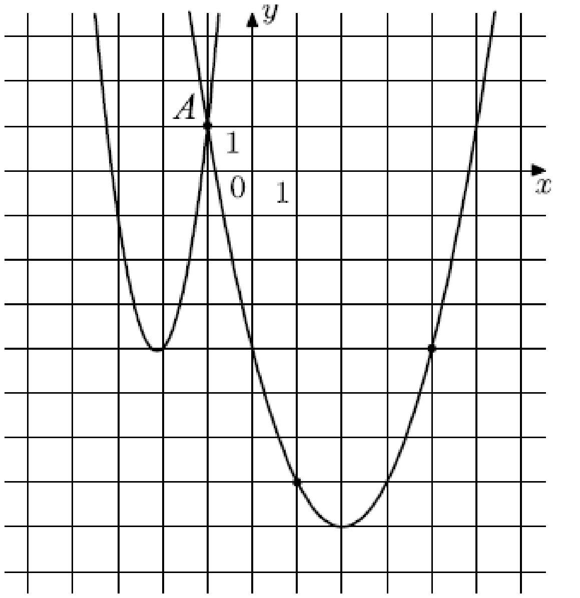
В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа равна 184 мг. Период его полураспада составляет 7 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.

№10.

Товарный поезд каждую минуту проезжает на 450 метров меньше, чем скорый, и на путь в 630 км тратит времени на 3 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

№11.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = 4x^2 + 17x + 14$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



№12

Найдите точку максимума функции $y = x^5 + 15x^3 - 260x$.

№13.

а) Решите уравнение

$$\sin x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cos^2 x + \sin x = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

№14.

В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 3$ и $BC = 2$. Точка M делит ребро A_1D_1 в отношении $A_1M : MD_1 = 1:2$, а точка K — середина ребра DD_1.

а) Докажите, что плоскость MKC делит отрезок BB_1 пополам.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MKC, если $\angle MKC = 90°$, $\angle ADC = 60°$.

№15.

Решите неравенство $\log_8\left(x^3 - 3x^2 + 3x - 1\right) \geq \log_2\left(x^2 - 1\right) - 5$.

№16.

31 декабря 2013 года Иван ваял в банке $5\,005\,000$ рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 20%), затем Иван переводит в банк платёж. Весь долг Иван выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы выплатил банку, если бы смог погасить весь долг за 2 равных платежа?

№17.

Биссектрисы углов BAD и BCD равнобедренной трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Через точку O провели прямую, параллельную основаниям BC и AD.

а) Докажите, что отрезок этой прямой внутри трапеции равен её боковой стороне.

б) Найдите отношение длин оснований трапеции, если $AO = CO$ и данная прямая делит сторону AB в отношении $AM : MB = 1 : 2$.

№18.

Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2 - 5x - y + 3\right) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

№19.

В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 21 %.

а) Может ли в этом классе быть 5 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 30 %, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?