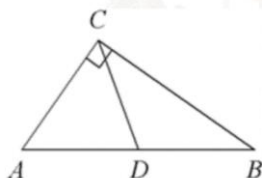
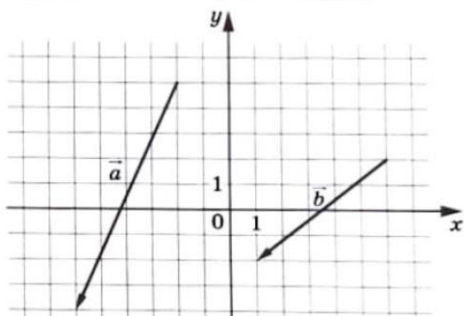


Вариант №10

- 1 В треугольнике ABC CD – медиана, угол C равен 90° , угол B равен 35° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и $2\vec{b}$.



- 3 В цилиндрический сосуд налили 500 куб. см погрузили деталь. При этом уровень жидкости раза. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб.

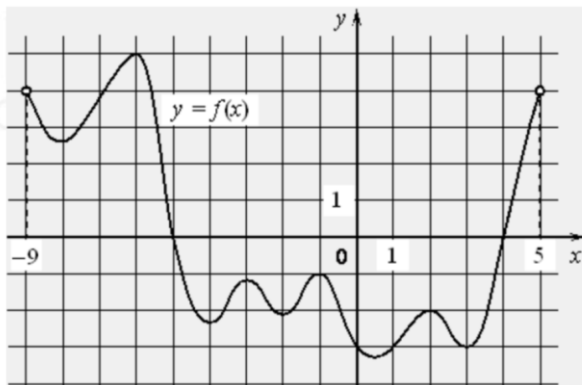
- 4 В классе 26 семиклассников, среди них два близнеца – Иван и Игорь. Класс случайным образом делят на две группы, по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Иван и Игорь окажутся в разных группах.

- 5 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,06. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

- 6 Найдите корень уравнения $(6x - 13)^2 = (6x - 11)^2$.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{1}{4\sqrt{5}} \cdot \frac{9}{16\sqrt{10}}$.

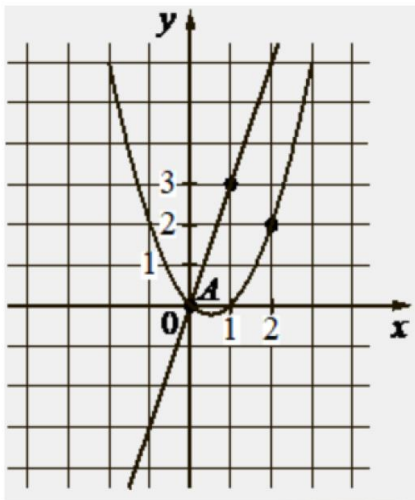
- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 5)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



9 Водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,75$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15960 Дж.

10 Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



12 Найдите точку максимума функции

$$y = -\frac{x^2 + 36}{x}.$$

13 а) Решите уравнение

$$\cos 2x - 3 \cos(-x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ точка M является серединой ребра BB_1 , а точка N – середина ребра A_1C_1 . Плоскость α , параллельная прямым AM и B_1N , проходит через середину отрезка B_1M .

а) Докажите, что плоскость α проходит через середину отрезка B_1C_1 .

б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α , если все рёбра призмы имеют длину 4.

15 Решите неравенство

$$(5x - 13) \cdot \log_{2x-5}(x^2 - 6x + 10) \geq 0.$$

16

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Какую сумму планируется взять в кредит, если известно, что платёж в 2029 году равен 860,6 тыс. рублей?

17

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

- Докажите, что луч AC – биссектриса угла BAD .
- Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6,5$.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 + 2ax - a^2 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

19

Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля).

- Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 12?
- Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 87?
- Какое наименьшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?