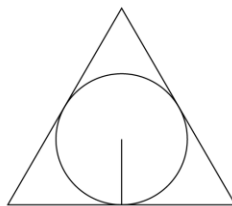
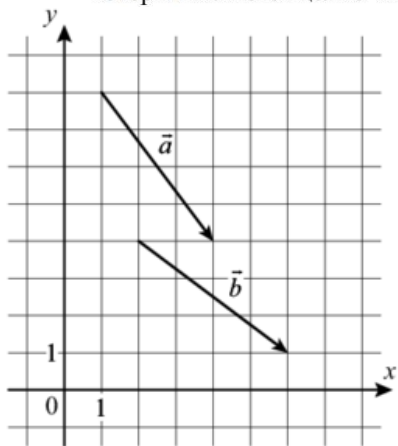


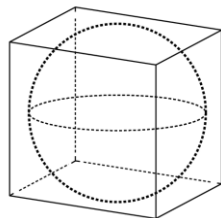
- 1 Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 36



- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



- 3 Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиусом 3. Найдите площадь его поверхности.



- 4 В группе 9 человек, среди них — Анна и Татьяна. Группу случайным образом делят на 3 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Анна и Татьяна окажутся в одной подгруппе.

№5.

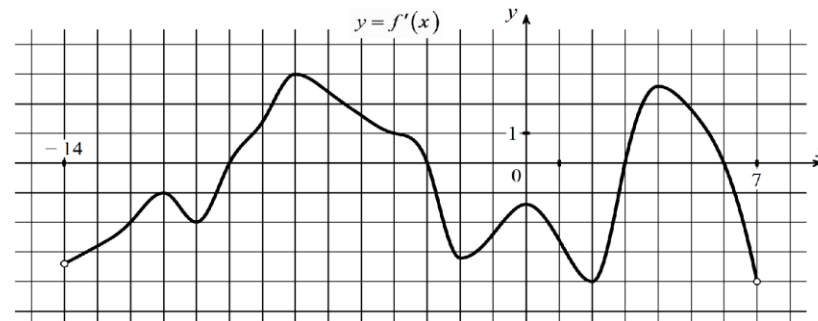
В ящике девять красных и семь синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

№6.

Решите уравнение $\log_{x-1} 25 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{a^3 b^{-2}}{(2a)^2 b^{-5}} \cdot \frac{26}{ab^3}$ при $a = \sqrt{3} + 1$, $b = \frac{3}{19}$.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-14; 7)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-12; 4]$.



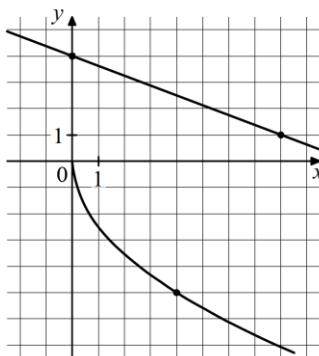
№9.

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 170$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 2$ м/с и $v = 17$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 180 Гц?

№10.

Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 18 км/ч. Через час после него со скоростью 15 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 4 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите абсциссу точки A .



- 17 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведена высота CH . Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно, CD — диаметр этой окружности. а) Докажите, что $\angle MDN = \angle CAB + \angle ABC$. б) Найдите длину отрезка MN , если $AB = 16\sqrt{2}$, $CM : MA = 5 : 19$ и $CN : NB = 5 : 7$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{5x^2 + 8ax + 4} = x^2 + 2ax + 2$ имеет ровно три различных корня.

№12.

Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 18x^2 + 17$ на отрезке $[6; 18]$.

- 13 а) Решите уравнение

$$6\cos^2 x + 5\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 4 = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

- 14 Диагонали BE и DF основания $ABCDEF$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ пересекаются в точке P , а диагонали FE_1 и EF_1 боковой грани $EFF_1 E_1$ пересекаются в точке Q .

- а) Докажите, что прямая QP параллельна плоскости $CB_1 E_1$.
б) Найдите расстояние между прямой QP и плоскостью $CB_1 E_1$, если сторона основания призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ равна $2\sqrt{3}$, а её высота равна 4.

- 15 Решите неравенство $(\log_3^2 x - 2\log_3 x)^2 + 22\log_3 x + 24 < 11\log_3^2 x$.

- 16 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 17% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 650 тысяч рублей?

- 19 На доске написано n единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136: $1+1+111+11+11+1=136$.

- а) Можно ли получить сумму 122, если $n = 59$?
б) Можно ли получить сумму 123, если $n = 59$?
в) Какую наибольшую четырёхзначную сумму можно получить, если $n = 59$?